

не полно. Тем не менее здесь впервые применяется функция напряжений, и этот факт можно расценивать как возникновение чрезвычайно полезного метода решения вопросов теории упругости.

50. Джордж Габриэль Стокс

Золотой век теоретической физики в Кембридже начался научными исследованиями Джорджа Габриэля Стокса¹⁾ (George Gabriel Stokes, 1819—1903). Стокс родился в многолюдной семье



Джордж Габриэль Стокс.

сельского священника в Скрине, деревушке, расположенной к югу от Слиго, в Ирландии. Начальное обучение по арифметике он получил от местного псаломщика, а в возрасте 13 лет был послан в приходскую школу Уолла (Rev R. H. Wall) в Дублине. Там его приемы решения геометрических задач обратили на себя внимание преподавателя математики. В 1835 г. он поступил в Бристольский колледж, где изучал математику под руководством Фрэнсиса Ньюмэна и сдал выпускной экзамен в 1837 г. с наградой «за выдающиеся способности в математике».

В том же году Стокс поступил в колледж Пемброка в Кембридже.

О постановке в Кембридже учебной работы в то время сохранились следующие воспоминания Стокса²⁾: «В ту пору поступавшие в университет молодые люди не читали обычно так много по математике, как это вошло в обычай в настоящее время; будучи принят в колледж, я еще не начинал дифференциального исчисления и лишь незадолго перед тем прочел аналитическую геометрию конических сечений. На втором году пребывания в колледже я занимался под руководством частного преподавателя мистера Хопкинса (Hopkins), пользовавшегося почетом по той причине, что весьма многие из его учеников занимали первые места на университетских экзаменах за отличия по математике. В 1841 г. я занял первое место среди своих однокурсников как лауреат премии Смита по математике, за

¹⁾ Stokes G. G., Memoirs and scientific correspondence (Larmor Joseph ed.), Cambridge, 1907. Краткая биография Стокса, написанная лордом Рэлеем, приводится в V томе трудов Стокса: Stokes G. G., Mathematical and physical papers, vol. V.

²⁾ См. статью Глэйзбука (Glazebrook) в Good words, 1901, май.

что был почтен тогда же избранием в члены этого колледжа. Получив степень, я оставался в колледже и взял частных учеников. Но мне хотелось испробовать свои силы в самостоятельной научно-исследовательской работе, и, следуя совету, поданному мне мистером Хопкинсом, когда я работал над своей диссертацией, я остановился на гидродинамике, предмете, не пользовавшемся тогда в Кембридже широкой популярностью, несмотря на то, что Джордж Грин, внесший столь ценный вклад в эту и в другие области знания, продолжал оставаться в университете до самой своей смерти... В 1849 г., в возрасте 30 лет, я был избран профессором математики и прекратил работу с частными учениками. Дирекция обсерватории в то время числилась за кафедрой, а ее руководитель—профессор Чэллис (Challis) читал обычно лекции по гидродинамике и оптике, следуя традиции своего предшественника Эйри. После моего избрания Чэллис, пожелавший разгрузиться от своих лекций по гидростатике и оптике, чтобы освободить себя для астрономии, предмета более родственного ему по занимаемой им в обсерватории должности, договорился со мной о том, чтобы я взял на себя курс лекций, который раньше вел он сам».

Первые печатные труды Стокса посвящены гидродинамике. Но в своей статье «О теориях внутреннего трения жидкостей, находящихся в состоянии движения, и о равновесии и движении упругих тел»¹⁾ («On the theories of the internal friction of fluids in motion, and on the equilibrium and motion of elastic solids»), представленной в 1845 г. Кембриджскому философскому обществу, он уделяет значительное внимание выводу основных дифференциальных уравнений упругости для изотропного тела. Стокс полагает, что теория упругости должна быть основана на результатах физических опытов, а не на теоретических предположениях о молекулярном строении твердых тел. Он замечает: «Способность твердого тела быть приведенным в состояние изохронных колебаний свидетельствует о том, что давления, вызванные малыми смещениями, зависят от однородных функций этих одномерных смещений²⁾. Я полагаю, сверх того, что в соответствии с общим принципом паложения малых величин эти вызванные различными смещениями давления налагаются одно на другое и что, следовательно, давления являются линейными функциями смещений». Исходя из этих допущений, он устанавливает в конечном счете уравнения равновесия, содержащие две упругие постоянные. Он указывает на индийский каучук³⁾ и желатин как на вещества,

¹⁾ См. Stokes G. G., Mathematical and physical papers, t. I, стр. 75.

²⁾ Мы уже видели (стр. 31), что еще Гук указал на изохронные колебания как на физический факт, подтверждающий закон пропорциональности напряжений и деформаций.

³⁾ Здесь он ссылается на мемуар Ламе и Клапейрона (см. стр. 141).

для которых отношение поперечного укорочения к осевому удлинению сильно отличается от предсказанного гипотезой одной упругой постоянной. Далее он описывает опыты (охватывающие растяжение, кручение и равномерное сжатие) для определения соотношения между двумя упругими постоянными E и G для любого конкретного материала. Он утверждает: «Существуют два различных вида упругости: одна упругость—это та, в силу которой тело, подвергнутое равномерному сжатию, стремится восстановить свой первоначальный объем; другая—та, в силу которой тело, нагруженное некоторым способом, не зависящим от сжатия, стремится принять свою первоначальную форму». Рассматривая этот второй вид упругости, Стокс дает интересное сопоставление твердых тел с вязкими жидкостями. Он замечает: «Многие в высокой степени упругие вещества, как железо, медь и т. п., являются все же заметно пластичными. Пластичность свинца выше, чем железа или меди, упругость же его, как это следует из опытов, ниже. Вообще, вероятно, чем больше пластичность вещества, тем менее его упругость. По мере же дальнейшего увеличения его пластичности и уменьшения упругости твердое тело переходит в состояние вязкой жидкости. По-видимому, между твердым телом и вязкой жидкостью нет резкой границы».

От своих первоначальных исследований по гидродинамике Стокс перешел к оптике. Рассматривая светонесущий эфир как однородную некристаллическую упругую среду (подобную упругому твердому телу), он вновь встретился здесь с уравнениями теории упругости. В статье «О динамической теории дифракции»¹⁾ («On the dynamical theory of diffraction») он приводит следующее заключение: «Эти уравнения можно получить, предположив, что среда состоит из мельчайших частиц—молекул, но принятие этой гипотезы отнюдь не обязательно для вывода этих уравнений; к последним можно прийти и в том случае, если рассматривать среду как непрерывную».

В этой работе он доказывает две теоремы, сыгравшие большую роль в теории колебаний упругих тел. Рассмотрим эти теоремы в их применении к простейшему случаю системы с одной степенью свободы. Смещение x из положения равновесия может быть в этом случае представлено выражением

$$x = x_0 \cos pt + \frac{\dot{x}_0}{p} \sin pt. \quad (a)$$

Мы видим, что часть этого выражения, зависящая от начального смещения x_0 , может быть получена из части, зависящей от начальной скорости, путем дифференцирования ее по t и замены \dot{x}_0 на x_0 . Это свойство сохраняется и в самом общем случае, на

¹⁾ Stokes G. G., Mathematical and physical papers, т. 2, стр. 243.

основании чего Стокс делает заключение, что в упругой среде «часть возмущения, имеющая своей причиной начальные смещения, может быть получена из части, зависящей от начальных скоростей, дифференцированием по t и заменой произвольных функций, представляющих начальные скорости, функциями, представляющими начальные смещения». Таким путем задача нахождения смещений приводится к более узкой задаче нахождения смещений, зависящих лишь от начальных скоростей.

Вторая теорема касается возмущения, производимого данной переменной силой, действующей в данном направлении и приложенной в данной точке среды. Рассматривая вновь систему с одной степенью свободы и обозначая возмущающую силу на единицу массы системы через $f(t)$, находим, что вследствие импульса $f(t) dt$, сообщенного системе в момент времени t , произойдет приращение скорости $d_x \dot{x} = f(t) dt$. В таком случае общий вид второго члена в выражении (а) дает нам право заключить, что смещение в момент времени t_1 , вызванное приращением скорости $f(t) dt$, сообщенным в момент времени t , равно

$$\frac{f(t) dt}{p} \sin p (t_1 - t).$$

Рассматривая теперь действие возмущающей силы за интервал времени от $t=0$ до $t=t_1$, получим¹⁾ выражение для смещения системы в момент времени t_1 :

$$x = \frac{1}{p} \int_0^{t_1} f(t) \sin p (t_1 - t) dt. \quad (b)$$

Аналогичное рассуждение может быть применено и к общему случаю; смещения, произведенные возмущающей силой, поддаются определению во всех случаях, когда свободные колебания системы известны.

В том же самом 1849 г., когда Стокс представил свою работу по дифракции, он провел и исследование динамических прогибов мостов, о котором говорилось выше (стр. 213).

В 1854 г. Стокс стал секретарем Королевского общества. Обязанности по этой новой должности отняли у него много сил, и

¹⁾ Идея подразделения времени действия непрерывно действующей возмущающей силы на бесконечно малые интервалы и определения вынужденного движения путем суммирования движений, совершенных за каждый из этих интервалов, была реализована впервые, насколько об этом можно судить, Дюамелем (M. Duhamel) в мемуаре о колебаниях произвольной системы материальных точек: Duhamel, Mémoire sur les vibrations d'un système quelconque des points matériels, J. école polytech. (Paris), тетрадь 25, стр. 1—36, 1834. Она была использована Сен-Венаном в его исследовании вынужденных колебаний стержней. См. выполненный Сен-Венаном перевод книги Клебша, стр. 538.

лорд Рэлей в посвященном Стоксу некрологе замечает: «От внимания читателя собрания его трудов едва ли ускользнет то резко выраженное снижение эффективности его научной продукции, которым было отмечено последовавшее за этим назначением время. Простое размышление подсказывает, что люди науки должны заниматься научной работой и остерегаться соблазна возлагать на себя тяжелые административные обязанности, во всяком случае до наступления того срока, когда они уже сообщат миру свою самую важную весть». Касаясь экспериментальной работы Стокса и его лекции, лорд Рэлей пишет: «Он выполнял свои эксперименты с помощью самого непритязательного оснащения¹⁾. Многие из его открытий были сделаны в узком коридоре позади кладовой его дома, в оконных ставнях которого он проделал щель, а на кронштейне разместил кристаллы и призмы. Почти так же обстояло дело и с его лекциями. На протяжении многих лет он читал курс физической оптики, который посещался почти всеми без исключения кандидатами на ученую степень математика. Во всяком случае для некоторых из них было наслаждением учиться у мастера своего дела, способного внести в свои лекции свежий материал, прямо с наковальни».

Стокс проявлял всегда живой интерес к вопросам постановки преподавания теоретических наук в Кембридже и часто принимал участие в качестве экзаменатора на математических соревнованиях. После того как он стал профессором математики, в его обязанности вошел отбор конкурсных работ на премию Смита. Эти конкурсные работы вместе с экзаменационными задачами вошли в виде приложения в состав пятого тома собрания его математических трудов («Mathematical Papers»).

С 1885 по 1890 г. Стокс был президентом Королевского общества. Замечательнейшим свидетельством того почета, которым пользовался Стокс среди своих современников—людей науки, было чествование юбилея его профессорской деятельности. Много выдающихся ученых со всех частей света прибыло в Кембридж, чтобы засвидетельствовать ему свое уважение.

51. Барре де Сен-Венан

Сен-Венан (Barré de Saint-Venant, 1797—1886) родился в замке Фортуазо (департамент Сены и Марны, Франция²⁾). Его математи-

¹⁾ В Кембридже в описываемую эпоху физической лаборатории не было. Организация знаменитой лаборатории Кавендиша была осуществлена Максвеллом в 1872 г.

²⁾ Биография Сен-Венана, составленная Буссинеском (I. Boussinesq) и Фламаном (Flamant), опубликована в Ann. ponts et chaussées, 6-я серия, т. XII, стр. 557, 1886. (Прим. авт.) На русском языке см. Б о р з о в, И. П., Памяти Сен-Венана, СПб., 1888. (Прим. ред.)