ПОЛЕЗНЫЕ СОВЕТЫ

Молекулярная физика. Термодинамика

Приступая к решению задач по этим темам, постарайся довести до автоматизма выполнение следующих стандартных операций:

- **Нахождение молярной массы:**

$$M = M_r \cdot 10^{-3}\ \text{кг/моль}$$

$$M(H_2NO_3) = (21 + 14 + 3 \cdot 16) \cdot 10^{-3}\ \text{кг/моль} = \\ = 64 \cdot 10^{-3}\ \text{кг/моль}$$

ЗАПОМНИ: $M(\text{воздуха}) = 29 \cdot 10^{-3}$ кг/моль

- **Переход от шкалы Цельсия к шкале Кельвина и наоборот:**

$$T = t^{\circ} + 273$$

При этом $\Delta T = \Delta t^{\circ}$.

$$20\,^{\circ}\text{C} = (20 + 273)\ \text{К} = 293\ \text{К}$$

$$300\ \text{К} = (300 - 273)\,^{\circ}\text{C} = 23\,^{\circ}\text{C}$$

Но: если $\Delta t^{\circ} = 20\,^{\circ}$C, то и $\Delta T = 20$ К.

- **Оперирование различными единицами объема, площади, давления:**

$$1\ \text{л} = 10^{-3}\ \text{м}^3$$
$$1\ \text{см}^3 = (1\ \text{см})^3 = (10^{-2}\ \text{м})^3 = 10^{-6}\ \text{м}^3$$
$$1\ \text{мм}^2 = (1\ \text{мм})^2 = (10^{-3}\ \text{м})^2 = 10^{-6}\ \text{м}^2$$
$$1\ \text{атм} = 10^5\ \text{Па}$$
$$1\ \text{мм рт ст} = 133{,}1\ \text{Па}$$

В задачах часто встречается словосочетание «нормальные условия». На языке цифр это значит:

$$p = p_{\text{атм нормальное}} = 760\ \text{мм рт ст} = 10^5\ \text{Па}$$

$$T = 0\,^{\circ}\text{C} = 273\ \text{К}$$

Комнатной считается температура: $T = 20^\circ C = 293$ К

Имей в виду, что средняя скорость и средняя квадратичная скорость — это не одно и то же:

$$\overline{v} = \frac{v_1 + v_2 + \ldots + v_N}{N}$$

$$\overline{v}_{кв} = \sqrt{\overline{v^2}} = \sqrt{\frac{v_1^2 + v_2^2 + \ldots + v_N^2}{N}}$$

В записи краткого условия в задачах, связанных со скоростью движения молекул, часто можно увидеть, например:

$$\overline{v} = 500 \text{ м/с}$$

При этом имеется в виду средняя квадратичная скорость движения молекул, т.е. ее квадрат равен среднему квадрату скорости. Поэтому полезно ставить внизу индекс ($\overline{v}_{кв}$).

Средняя кинетическая энергия движения молекулы в идеальном газе равна:

$$\overline{E} = \frac{3}{2}kT$$

Средняя квадратичная скорость движения молекулы рассчитывается по формуле:

$$\overline{v}_{кв} = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}}$$

При этом:

$$m_0 = \frac{M}{N_А}$$

Полезно помнить, что если макроскопическое тело, взвешенное в газе, например, броуновская частица, находится с газом в состоянии теплового равновесия, то их средние кинетические энергии одинаковы:

$$\overline{E} = \overline{E}_ч = \frac{3}{2}kT$$

Следовательно, среднюю квадратичную скорость броуновской частицы тоже можно рассчитывать по формуле:

$$\overline{v}_{ч_{кв}} = \sqrt{\frac{3kT}{m_ч}}$$

Но, массу частицы придется находить через 2 закон Ньютона, рассмотрев силы, действующие на броуновскую частицу в газе.

Приступая к решению задач по теме «Уравнение состояния идеального газа. Газовые законы»:

- **Убедись, что к газам, рассматриваемым в задаче, применима модель идеального газа.**
- **Выясни, во-первых, сколько газов рассматривается и какие это газы, во-вторых, рассматривается одно состояние системы или есть процесс, то есть переход из одного состояния в другое.**

› **Если состояние газа не меняется**, то просто применяй уравнение Менделеева-Клапейрона:

$$pV = \frac{m}{M}RT$$

Иногда бывает необходимо учесть, что $m = \rho V$, тогда это уравнение записывается в виде: $p = \rho RT/M$.

Определись с тем, какие величины тебе известны, и реши уравнение относительно неизвестной величины. При этом полезно помнить, что:

$$\frac{m}{M} = \nu = \frac{N}{N_A} = \frac{V}{V_{\text{моля}}}$$

› **Если состояние газа меняется, но при этом не меняется масса и химический состав газа**, то лучше пользоваться уравнением Клапейрона:

$$\frac{p_1V_1}{T_1} = \frac{p_2V_2}{T_2}$$

При этом **обязательно следует сделать чертеж**, для каждого из состояний отдельно записать всю информацию о давлении, температуре и объеме. В качестве дополнительных уравнений здесь часто выступают уравнения связи между геометрическими параметрами сосудов, заполняемых газом в разных состояниях. (Помни, что система уравнений решается, если число уравнений равно числу неизвестных величин.)

Реши систему получившихся уравнений относительно неизвестной величины.

Обрати внимание, что, если помимо массы и химического состава сохраняется один из параметров состояния, мы легко получаем из уравнения Клапейрона уравнения изопроцессов:

$$T = \text{const} \Rightarrow p_1V_1 = p_2V_2$$

$$V = \text{const} \Rightarrow \frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2}$$

$$p = \text{const} \Rightarrow \frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$$

(смотри задачу 2 из раздела «Примеры решения задач по теме «МКТ и термодинамика»)

› **Если же меняется масса и химический состав,** или и то, и другое, то применяется то же алгоритм действий, что и в предыдущем случае, только для каждого из состояний записывается уравнение Менделеева-Клапейрона. Получается **система уравнений**, которая впоследствии решается:

$$p_1V_1 = \frac{m_1}{M_1}RT_1$$

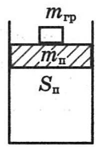
$$p_2V_2 = \frac{m_2}{M_2}RT_2$$

(смотри задачу 1 из раздела «Примеры решения задач по теме «МКТ и термодинамика»)

В конце решения **не забудь проверить результат**, во-первых, проведя действия с наименованиями, во-вторых, оценив числовое значение ответа с точки зрения «здравого смысла»

› При решении большого спектра задач ключевым моментом является **определение** по описанию физической ситуации **давления газа в том или ином состоянии.** Главным ориентиром при этом может служить следующее соображение: если система находится в равновесии, то $p_{газа} = p_{внешнему}$. Следовательно, необходимо разобраться, за счет каких факторов создается внешнее давление.

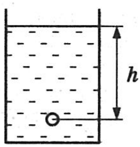
Например, газ находится под поршнем, на поршень положен груз.



В этом случае давление газа уравновешивает давление атмосферы, поршня и груза:

$$p_г = \frac{(m_{гр} + m_п)g}{S_п} + p_{атм}$$

Например, пузырек с газом находится на глубине h под водой.



В этом случае давление газа уравновешивает давление атмосферы и столба жидкости:

$$p_г = \rho_ж gh + p_{атм}$$

› **Будь осторожен с газом, «запертым» в воде.** Ведь с поверхности воды идет испарение и пар в замкнутом пространстве становится насыщенным. Давлением насыщенного водяного пара часто можно пренебречь по сравнению, например, с атмосферным давлением или гидростатическим. Но так бывает не всегда. Например, при температурах, близких к 100 °C, давление насыщенного пара приближается к нормальному атмосферному.

› Имейте в виду, что **для водяного пара, содержащегося в атмосфере, можно применять уравнение Менделеева-Клапейрона.** Если масса пара не меняется, то можно использовать уравнения изопроцессов. **Давление же влажного воздуха складывается из парциального давления водяного пара и давления «сухого» воздуха.**

$$p_{пара}V = \frac{m_{пара}}{M_{воды}}RT$$

где $p_{пара}$ — парциальное давление водяного пара.

› **Если в сосуде находится смесь газов**, то необходимо воспользоваться законом Дальтона, который заключается в том, что давление смеси газов равно сумме их парциальных давлений, т.е.:

$$p_{смеси} = p_1 + p_2$$

Дополнительно, можно учесть, что: $m_{смеси} = m_1 + m_2$, T и V одинаковы.

Постарайся самостоятельно получить результат для молярной массы смеси газов:

$$M_{смеси} = \frac{m_1 + m_2}{\left(\frac{m_1}{M_1} + \frac{m_2}{M_2}\right)}$$

› Существует стереотипное заблуждение, что в состоянии теплового равновесия, средние квадратичные скорости молекул разных газов одинаковы. Это не верно! **В состоянии теплового равновесия** (при одинаковых температурах) **равны средние кинетические энергии молекул.** Таким образом:

$$\overline{E}_1 = \overline{E}_2 = \ldots = \overline{E}_n$$

Но:

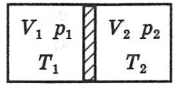
$$\overline{v_1^2} \neq \overline{v_2^2} \neq \ldots \neq \overline{v_n^2}$$

Связь средней кинетической энергии со средней квадратичной скоростью молекул выражается формулой

$$\overline{E} = \frac{m_0\overline{v^2}}{2}$$

Поскольку массы молекул разные, то и средние квадратичные скорости тоже разные.

Особый класс задач представляют собой **задачи, где газы находятся в цилиндре, разделенном перегородкой.**



Рассмотрим несколько случаев:

1. Цилиндр разделен неподвижной непрозрачной перегородкой. В этом случае **ключевым становится вопрос теплообмена.** Если теплообмена нет, то каждая часть цилиндра рассматривается как отдельная система. Если теплообмен есть, то в конце процесса система оказывается в состоянии теплового равновесия.

Тогда при решении задачи скорее всего надо будет воспользоваться законом сохранения энергии в том или ином виде. Например:

$$N_1\overline{E}_1 + N_2\overline{E}_2 = (N_1 + N_2)\overline{E}$$

или

$$U_1 + U_2 = U$$

2. Цилиндр разделен подвижной непрозрачной перегородкой. В этом случае, как правило, перегородка оказывается теплонепроницаемой. Тогда, после изменения одного из параметров, равновесие восстановится при равенстве давлений газа на перегородку слева и справа.

Перегородка в равновесии, когда:

$$p_1 = p_2$$

3. Цилиндр разделен неподвижной полупрозрачной перегородкой. В этом случае, как правило, в разных частях цилиндра содержатся разные газы. Тогда для каких-то из них перегородка прозрачна, а для остальных нет.

Пусть, например, слева от перегородки находится аргон, а справа гелий, и перегородка прозрачна для аргона. Тогда в конце процесса слева от перегородки будет только аргон, а справа — смесь аргона и гелия.

Слева: $p_{Ar} = \dfrac{m_{Ar}RT}{M_{Ar}(V_1 + V_2)}$

Справа: $p_{Ar} + p_{He} = p_{Ar} + \dfrac{m_{He}RT}{M_{He}V_2}$

ВНИМАНИЕ! Если в такой задача требуется найти установившуюся температуру, решать ее надо через закон сохранения энергии:

$$N_1\overline{E}_1 + N_2\overline{E}_2 = (N_1 + N_2)\overline{E}$$

4. **В ходе процесса перегородка разрушается или ее убирают.** Тогда каждый из газов в конце процесса занимает весь цилиндр. Давление смеси газов находится по закону Дальтона.

В конце процесса:

$$p = \frac{(m_1 + m_2)RT}{M_{\text{смеси}}(V_1 + V_2)}$$

ВНИМАНИЕ! Если в такой задача требуется найти установившуюся температуру, решать ее надо через закон сохранения энергии:

$$N_1\overline{E}_1 + N_2\overline{E}_2 = (N_1 + N_2)\overline{E}$$

Традиционно вызывают трудности задачи, связанные с нагнетанием и откачиванием воздуха с помощью насоса. Разберем две эти ситуации.

Нагнетание воздуха:

Один цикл: Рабочая камера насоса объемом V соединяется с атмосферой и заполняется воздухом при атмосферном давлении p_0. Тогда уравнение состояния для воздуха в камере $p_0V = \nu RT$ и количество молей воздуха в камере равно

$$\nu = \frac{p_0V}{RT}$$

После этого камера отсоединяется от атмосферы и соединяется с сосудом объемом V_0, уже содержащим ν_0 молей воздуха при атмосферном давлении. Уравнение состояния для сосуда: $p_0V_0 = \nu_0RT$, соответственно:

$$\nu_0 = \frac{p_0V_0}{RT}$$

После N качаний в сосуде будет содержаться ν_N молей воздуха: $\nu_N = \nu_0 + N\nu$

Откачивание воздуха:

Один цикл: Количество молей воздуха при атмосферном давлении p_0 в сосуде объемом V_0 перед началом откачивания:

$$\nu_0 = \frac{p_0V_0}{RT}$$

При откачивании сосуд соединяют с рабочей камерой объемом V. При этом имеющийся в сосуде воздух распределяется между сосудом и рабочей камерой:

$$p(V+V_0)=\nu_0 RT$$

Устанавливается давление

$$p=\frac{\nu_0 RT}{V+V_0}$$

После этого рабочая камера отсоединяется от сосуда и находящийся в ней воздух пол давлением p выходит в атмосферу. После первого качания в сосуде останется ν молей воздуха:

$$\nu=\frac{pV_0}{RT}=\frac{\nu_0 RTV_0}{(V+V_0)RT}=\frac{\nu_0 V_0}{V+V_0}$$

Через N качаний:

$$\nu_N=\nu_0\left(\frac{V_0}{V+V_0}\right)^N$$

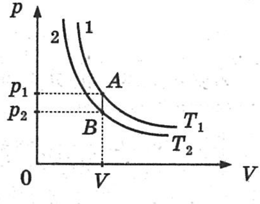
В рамках данной темы существует целый **блок задач, связанный с построением примерных графиков изопроцессов в разных координатах.** Ход рассуждений при выполнении подобных упражнений представлен в задаче 3 из раздела «Примеры решения задач по теме «МКТ и термодинамика». Сделаем несколько дополнительных замечаний. Часто при проведении рассуждений необходимо сравнивать две изобары или две изохоры.

ПРИМЕР 1: Сравнение температур двух изотерм

Т.к. $p_1 > p_2$ (по графику), а по закону Шарля (АВ — изохора):

$$\frac{p_1}{p_2}=\frac{T_1}{T_2}$$

то $T_1 > T_2$.



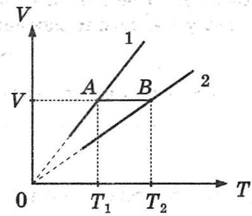
Чем выше температура, тем выше на графике соответствующая ей изотерма.

ПРИМЕР 2: Сравнение давлений двух изобар.

Т.к. $T_1 < T_2$ (по графику), а по закону Гей-Люссака (AB — изохора):

$$\frac{p_1}{p_2} = \frac{T_1}{T_2}$$

то $V_1 < V_2$.



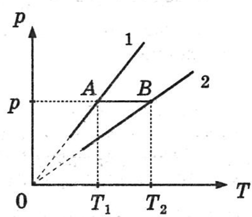
Чем больше давление, тем ниже на графике соответствующая ему изобара.

ПРИМЕР 3: Сравнение объемов двух изохор.

Т.к. $T_1 < T_2$ (по графику), а по закону Гей-Люссака (AB — изобара)

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2}$$

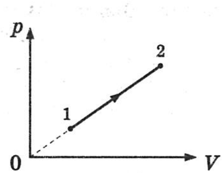
то $V_1 < V_2$.



Чем больше объем, тем ниже на графике соответствующая ему изохора.

ПРИМЕР 4: Сравнение термодинамических параметров двух точек графика процесса, не являющегося изопроцессом.

Не представляет труда сравнить по графику давление и объем для крайних состояний: $p_2 > p_1$, $V_2 > V_1$. Для сравнения температур мысленно проведем через точки 1 и 2 изотермы и воспользуемся правилом, сформулированным ранее: Чем выше температура, тем выше лежит изотерма.



Следовательно, $\boldsymbol{T_2 > T_1}$.

При решении задач в рамках темы «Термодинамика» надо отдавать себе отчет в том, что формулы для расчета внутренней энергии и работы газа имеют разные границы применимости:

$$U = \frac{3}{2}\frac{m}{M}RT = \frac{3}{2}pV$$

— только для идеального одноатомного газа;

$$U = \frac{5}{2}\frac{m}{M}RT = \frac{5}{2}pV$$

— только для идеального двухатомного газа;

$$A' = p\Delta V$$

— для любого газа при постоянном давлении.

Не забудь, что A' и A — это не одно и то же: A' — работа самого газа, A — работа над газом. При этом справедливо соотношение:

$$A' = -A$$

Задачи об изменении внутренней энергии тел можно условно разделить на три группы.

В ЗАДАЧАХ ПЕРВОЙ ГРУППЫ рассматриваются теплоизолированные системы тел. При этом работа над внешними телами термодинамической системой не совершается. Это так называемые **задачи на теплообмен между телами входящими в замкнутую систему**. Ключом к решению задач на теплообмен является уравнение теплового баланса: $Q_1 + Q_2 + \ldots + Q_N = 0$. Решение задачи начинается с выяснения, какие процессы происходят с телами, входящими в замкнутую термодинамическую систему, при теплообмене. *Сколько процессов — столько и слагаемых в уравнении теплового баланса!*

При этом алгебраическая сумма может быть равна нулю только в том случае, если **часть слагаемых положительна, а часть — отрицательна.**

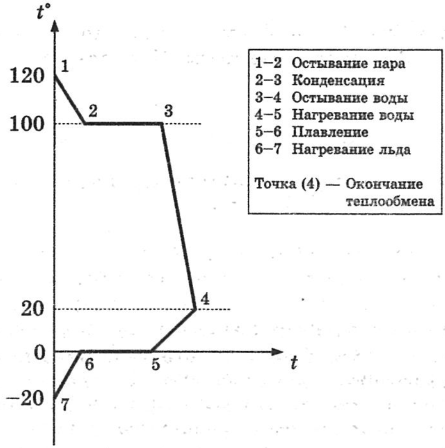
ПОМНИ:

$Q > 0$ при нагревании, плавлении, испарении, т.е. во всех случаях, когда происходит поглощение теплоты.

$Q < 0$ при охлаждении, кристаллизации, конденсации, т.е. во всех случаях, когда происходит выделение теплоты. При записи формулы $Q = cm(t_2^0 - t_1^0)$ для описания процессов нагревания и охлаждения в уравнении теплового баланса всегда из конечной температуры вычитается начальная. В этом случае знак «+» или «−» получается автоматически. Другие формулы подставляются в уравнение теплового баланса с соответствующим знаком. Например: $Q = \lambda m$ при плавлении и $Q = -\lambda m$ при кристаллизации.

Если теплообмен сопровождается изменением агрегатных состояний, чтобы не забыть описать какой-либо из процессов, **полезно построить примерный график** зависимости температуры от времени.

Например, мы смешиваем пар при температуре 120 °C и лед при температуре −20 °C. Конечная температура смеси 20 °C.



Количество процессов — 6, соответственно, количество слагаемых в уравнении теплового баланса тоже 6: три отрицательных и три положительных.

Если в подобных ситуациях не ясно, что должно получиться, т.е. не известна конечная температура и агрегатное состояние, сначала делают прикидку: вычисляют по отдельности количества теплоты, необходимые для каждого из процессов и смотрят, на какие процессы, происходящие с «нагревающимися» телами, хватит теплоты, выделяемой телами «остывающими». И только определившись, в каком агрегатном состоянии будут тела в конце теплообмена, применяют уравнение теплового баланса.

Вы заметили, что обычно строятся графики зависимости t° от t, хотя, опираясь на формулы, следовало бы по горизонтальной оси откладывать Q. *Такая замена возможна только при условии, что скорость теплообмена постоянна.* Обычно, это подразумевается. При наличии внешнего нагревателя, как правило, считается, что он имеет постоянную мощность.

На этом замечании основано **решение задач, включающих в себя временной фактор теплообмена.** Например, если при использовании одного и того же нагревателя, тело сначала нагрели в течение времени t_1, а потом расплавили в течение времени t_2, постоянство мощности нагревателя позволяет написать следующее соотношение:

$$\frac{cm\Delta t^0}{t_1} = \frac{\lambda m}{t_2}$$

В задачах на КПД теплообмена следует различать:

$$КПД = \frac{Q_{\text{полученное}}}{Q_{\text{отданное}}} 100\%$$

и

$$Q_{\text{потерь}} = Q_{\text{полученное}} - Q_{\text{отданное}}$$

В ЗАДАЧАХ ВТОРОЙ ГРУППЫ рассматривают явления, связанные с **превращением одного вида энергии в другой при взаимодействии двух тел.** Результат такого взаимодействия — изменение внутренней энергии одного тела вследствие совершенной им или над ним работы. При решении данного вида задач, как правило, рассматривается КПД процесса. Именно с записи формулы для КПД и следует начинать решение данного типа задач.

$$\text{а)} \quad КПД = \frac{A}{\Delta U} 100\%$$

— если работа совершается за счет уменьшения внутренней энергии одного из тел: часть внутренней энергии идет на совершение работы.

$$б)\ КПД = \frac{\Delta U}{A} 100\%$$

— если внутренняя энергия тела увеличивается за счет работы, совершенной над телом.

При расчете ΔU используются, как правило, формулы для рассчета Q при сгорании топлива, а также при нагревании и агрегатных превращениях.

При расчете A чаще всего используются формулы:

$A = FS$ — например, за счет сгорания топлива автомобиль совершает перемещение;

$A = Nt$ — например, за счет внутренней энергии нагретого пара механическое устройство развивает некоторую мощность;

$A = E_{k2} - E_{k1}$ — например, при нагревании тела в ходе торможения.

В ЗАДАЧАХ ТРЕТЬЕЙ ГРУППЫ рассматривается взаимодействие, в ходе которого термодинамическая система получает или отдает некоторое количество теплоты, совершая при этом работу. Для решения данного типа задач записывается первое начало термодинамики:

$$Q = \Delta U + A'$$

Полезно помнить, что:

- Если система получает теплоту $Q > 0$, если система отдает теплоту окружающим телам $Q < 0$.
- Если объем системы увеличивается $A' > 0$, если объем системы уменьшается $A' < 0$.
- Если температура системы увеличивается $\Delta U > 0$, если температура системы уменьшается $\Delta U < 0$

Часто при решении данной группы задач рассматриваются изопроцессы в газах. Поэтому полезно научиться записывать первое начало термодинамики применительно к изопроцессам.

Изотермический:

$$T = \text{const} \Rightarrow \Delta T = 0 \Rightarrow \Delta U = 0 \Rightarrow Q = A'$$

Изохорный:

$$V = \text{const} \Rightarrow A' = 0 \Rightarrow Q = \Delta U$$

Изобарный:

$$p = \text{const} \Rightarrow Q = \Delta U + A'$$

Адиабатный:

$$Q = 0 \Rightarrow \Delta U = -A'$$

Начинать решать **задачи, связанные с КПД теплового двигателя**, следует с выяснения, является ли двигатель реальным или идеальным. Полезно при этом помнить, что формула:

$$КПД = \frac{A'}{Q_{\text{н}}} \cdot 100\%$$

является универсальной для любой тепловой машины.

НЕ ЗАБУДЬ:

Формула

$$КПД = \frac{T_{\text{н}} - T_{\text{х}}}{T_{\text{н}}} \cdot 100\%$$

справедлива только для идеальной тепловой машины.

Формула

$$КПД = \frac{Q_{\text{н}} - Q_{\text{х}}}{Q_{\text{н}}} \cdot 100\%$$

справедлива и для идеальной, и для реальной тепловой машины.