

C2.

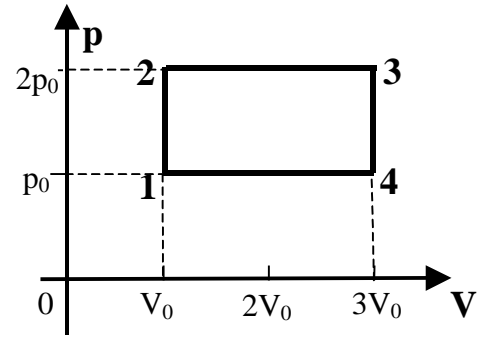
КПД тепловой машины, работающей по циклу

1-2-3-4: $\eta = \frac{A_{1234}}{Q_{13}}$, где A_{1234} – работа газа в

цикле,

Q_{13} – суммарное количество теплоты, полученное на участках цикла 1-2 и 2-3.

A_{1234} равна площади прямоугольника 1-2-3-4, изображающего график цикла в координатах p - V : $A_{1234} = 2p_0 V_0$.



Тепло подводится к газу на участках 1-2 и 2-3, на участке 2-3 по первому закону термодинамики оно затрачивается только на увеличение внутренней энергии, а на участке 2-3 на увеличение внутренней энергии и совершение работы в изобарном процессе:

$$Q_{13} = \Delta U_{13} + A_{13} = \Delta U_{13} + A_{12} + A_{23} = \Delta U_{13} + A_{23}.$$

(1 балл) Умение рассчитывать работу в изобарном процессе 2-3:

$$A_{23} = 2p_0 \cdot 2V_0 = 4p_0 V_0.$$

Связь между внутренней энергией одноатомного идеального газа и

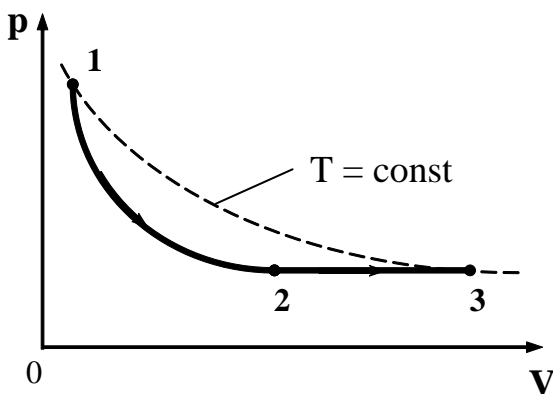
абсолютной температурой: $\Delta U_{13} = \frac{3}{2} \nu RT_3 - \frac{3}{2} \nu RT_1$.

Уравнение Клапейрона-Менделеева для перехода от значений T к значениям

$$p \text{ и } V: \Delta U_{13} = \frac{3}{2} 2p_0 3V_0 - \frac{3}{2} p_0 V_0 = \frac{15}{2} p_0 V_0.$$

$$\text{Ответ } \eta = \frac{2p_0 V_0}{4p_0 V_0 + \frac{15}{2} p_0 V_0} = \frac{4}{23}$$

C2 Некоторое количество гелия расширяется: сначала адиабатно, а затем изобарно. Конечная температура газа равна начальной. При адиабатном расширении газ совершил работу, равную 4,5 кДж. Какова работа газа за весь процесс?



Полная работа равна сумме работ на каждом из участков: $A_{123} = A_{12} + A_{23}$; выполнен рисунок на pV -диаграмме.

Первый закон термодинамики:

$$\Delta U = A_{\text{вн.с.}} + Q \text{ или } \Delta U_{12} = -A_{12}$$

Формула для расчета внутренней

$$\text{энергии: } \Delta U_{12} = \frac{3}{2} \nu R \Delta T_{12};$$

Формула для расчета работы газа в адиабатном процессе 1 – 2:

$$A_{12} = -\frac{3}{2} \nu R \Delta T_{12} \text{ или } A_{12} = \frac{3}{2} \nu R (T_1 - T_2);$$

Формула для расчета работы газа в изобарном процессе 2 – 3:

$$A_{23} = \nu R \Delta T_{23} = \nu R (T_3 - T_2) \text{ или } A_{23} = \nu R (T_1 - T_2),$$

(по условию $T_3 = T_1$).

$$A_{123} = \frac{5}{3} A_{12} \text{ и правильный числовой ответ:}$$

$$A_{123} = 7500 \text{ Дж}$$

С3

В горизонтальном цилиндрическом сосуде, закрытом поршнем, находится одноатомный идеальный газ. Первоначальное давление газа $p_1 = 4 \cdot 10^5$ Па. Расстояние от дна сосуда до поршня $L = 30$ см. Площадь поперечного сечения поршня $S = 25$ см². В результате медленного нагревания газа поршень сдвинулся на расстояние $x = 10$ см. При движении поршня на него со стороны стенок сосуда действует сила трения величиной $F_{\text{тр}} = 3 \cdot 10^3$ Н. Какое количество теплоты получил газ в этом процессе? Считать, что сосуд находится в вакууме.

Поршень будет медленно двигаться, если сила давления газа на поршень и сила трения со стороны стенок уравновешены:

$$p_2 S = F_{\text{тр}} \rightarrow p_2 = 12 \cdot 10^5 \text{ Па} > p_1$$

При нагревании газа поршень неподвижен, пока давление не достигнет p_2

В этом процессе газ получит тепло Q_{12} . Затем поршень будет двигаться, получая тепло Q_{13} при постоянном давлении (изобарный процесс).

$$Q = Q_{12} + Q_{23} = (U_3 - U_1) + p_2 S x$$

$$U_1 = \frac{3}{2} \nu R T_{13} = \frac{3}{2} \nu R p_2 S L$$

$$U_3 = \frac{3}{2} \nu R T_3 = \frac{3}{2} \nu R p_2 S (L + x)$$

$$Q = 1,65 \text{ кДж}$$

В медный стакан калориметра массой 200 г, содержащий 150 г воды, опустили кусок льда, имевший температуру 0°C. Начальная температура калориметра с водой 25°C. В момент времени, когда наступит тепловое равновесие, температура воды и калориметра стала равной 5°C. Рассчитайте массу льда. Удельная теплоемкость меди 390 Дж/кг·К, удельная теплоемкость воды 4200 Дж/кг·К, удельная теплота плавления льда $3,35 \cdot 10^5$ Дж/кг. Потери тепла калориметром считать пренебрежимо малыми.

Расчет количества теплоты, отданного калориметром и водой и полученного льдом при плавлении и нагревании

$$Q_{\text{теп. в.}} = c_{\text{воды}} \cdot m_{\text{теп. в.}} \cdot (t_{\text{теп. в.}} - t_{\text{смеси}}) = c_{\text{воды}} \cdot m_{\text{теп. в.}} \cdot \Delta t_1;$$

$$Q_{\text{кал.}} = c_{\text{меди}} \cdot m_{\text{кал.}} \cdot (t_{\text{кал.}} - t_{\text{смеси}}) = c_{\text{меди}} \cdot m_{\text{кал.}} \cdot \Delta t_1;$$

$$Q_{\text{плавл.}} = \lambda_{\text{льда}} \cdot m_{\text{льда}};$$

$$Q_{\text{хол.в.}} = c_{\text{воды}} \cdot m_{\text{льда}} \cdot (t_{\text{смеси}} - t_{\text{хол.в.}}) = c_{\text{воды}} \cdot m_{\text{льда}} \cdot \Delta t_2.$$

Уравнение теплового баланса

$$\Delta t_1 \cdot (c_{\text{воды}} \cdot m_{\text{теп.в.}} + c_{\text{меди}} \cdot m_{\text{кал.}}) = m_{\text{льда}} \cdot (\lambda_{\text{льда}} + c_{\text{воды}} \cdot \Delta t_2)$$

выражение для массы льда

$$m_{\text{льда}} = \frac{\Delta t_1 (c_{\text{воды}} \cdot m_{\text{теп.в.}} + c_{\text{меди}} \cdot m_{\text{кал.}})}{\lambda_{\text{льда}} + c_{\text{воды}} \cdot \Delta t_2} =$$

$$\frac{(t_{\text{теп.в.}} - t_{\text{смеси}}) (c_{\text{воды}} \cdot m_{\text{теп.в.}} + c_{\text{меди}} \cdot m_{\text{кал.}})}{\lambda_{\text{льда}} + c_{\text{воды}} \cdot (t_{\text{теп.в.}} - t_{\text{хол.в.}})}.$$

$$m_{\text{льда}} = \frac{(25 - 5) \cdot (4200 \cdot 0,15 + 390 \cdot 0,2)}{335000 + 4200 \cdot (5 - 0)} \approx 0,04 \text{ (кг)}.$$

СЗ. 1) Запишем формулы расчета работы:

$$A_{123} = A_{12} + A_{23},$$

$$A_{23} = \nu R \Delta T_{23}.$$

2) Применим первый закон термодинамики для адиабатного процесса, используем зависимость внутренней энергии от температуры газа, учтем равенство температур $T_3 = T_1$

$$\Delta U_{12} = A_{12}, \Delta U_{12} = \frac{3}{2} \nu R (T_2 - T_1) \text{ или } \Delta U_{12} = \frac{3}{2} \nu R \Delta T_{23}.$$

Отсюда получаем для разности температур:

$$\Delta T_{23} = \frac{2}{3} \frac{A_{12}}{\nu R}.$$

3) Проведем преобразования и получим выражение для расчета работы газа за весь процесс:

$$A_{123} = \frac{5}{2} A_{12}, A_{123} = 10 \text{ кДж}.$$

С4. После установления равновесия в системе температура обеих частей сосуда станет одинаковой и равной T , хотя только гелий равномерно распределится по всему сосуду. Температура в сосуде определяется из закона сохранения энергии с учетом того, что внутренняя энергия гелий-аргоновой смеси равна сумме кинетических энергий поступательного движения молекул

$$\epsilon = 2 \frac{mu^2}{2} = (v_{He} + v_{Ar}) \frac{3}{2} RT$$

где $v_{He} = \frac{m}{M_{He}}$ и $v_{Ar} = \frac{m}{M_{Ar}}$ — число молей гелия и аргона.

$$\text{Отсюда } T = 2 \cdot \frac{M_{Ar} M_{He}}{M_{Ar} + M_{He}} \cdot \frac{u^2}{3R} = 73 \text{ К.}$$

Заметим, что ответ не изменится, если перегородка будет полностью проницаемой, если ее просто убрать, если она непроницаема, но теплопроводна.

С3 В сосуде лежит кусок льда. Температура льда $t_1 = 0^\circ\text{C}$. Если сообщить ему количество теплоты Q , то весь лёд растает и образовавшаяся вода нагреется до температуры $t_2 = 20^\circ\text{C}$. Какая доля льда k растает, если сообщить ему количество теплоты $q = \frac{Q}{2}$? Тепловыми потерями на нагрев сосуда пренебречь.

1. Пусть m — масса льда, λ — удельная теплота плавления льда, c — удельная теплоемкость воды. Тогда

$$\begin{cases} Q = \lambda m + cm(t_2 - t_1), \\ \frac{Q}{2} = \lambda(km). \end{cases}$$

2. Выразив Q из второго уравнения и подставив этот результат в первое уравнение, получим:

$$(2k - 1)\lambda = c(t_2 - t_1),$$

откуда

$$k = \frac{1}{2} \left[\frac{c}{\lambda} (t_2 - t_1) + 1 \right] \approx 0,63.$$

Ответ: $k \approx 0,63$.